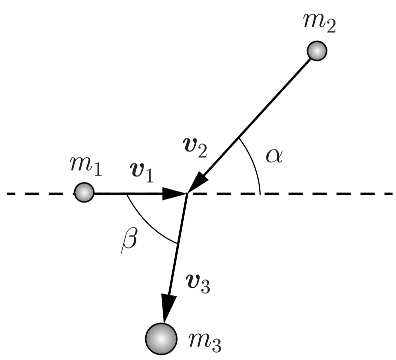
Série 8 - Collisions

1 Lutte suisse

Objectif : Modéliser un choc mou en deux dimensions.

Théorie : 8.2.3 Choc mou.

Soient deux lutteurs suisses de masse m_1 et m_2. Les deux combattants entrent en collision avec des vitesses respectives $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ suivant le schéma présenté ci-dessous.



(a) Déterminer la vitesse finale $\boldsymbol{v}_3$ des deux lutteurs en calculant sa norme et son orientation sachant qu'après la collision ils restent attachés ensemble, c'est-à-dire que la collision est entièrement inélastique.

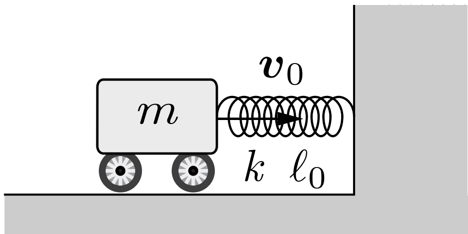
(b) Calculer l'énergie cinétique dissipée $\Delta T_{i \to f}$ lors de la collision. Déterminer la valeur de l'angle d'incidence α pour laquelle l'énergie dissipée est maximale.

2 Modèle de choc élastique

Objectif : Modéliser un choc élastique contre un mur à l'aide d'un ressort.

Théorie : 8.2.4 Coefficient de restitution.

Un chariot considéré comme un point matériel de masse m, se déplace sans frottement sur un plan horizontal. Il est muni à son extrémité d'un ressort de constante élastique k pouvant se comprimer. Par l'intermédiaire du ressort, le chariot, animé d'une vitesse initiale $\boldsymbol{v}_0$, heurte un obstacle fixe, supposé de masse infinie. Le ressort se comprime alors, puis se détend, et le chariot repart en sens inverse. On admettra que le choc est parfaitement élastique, c'est-à-dire que l'énergie mécanique est conservée. On choisit l'origine O pour faire coïncider la position de l'extrémité droite du chariot avec la déformation du ressort.



(a) Déterminer l'intervalle de temps Δt de contact du ressort avec le mur (durée du choc), la déformation maximale x_+ par compression du ressort et la force élastique maximale $\boldsymbol{F}_{e,+}$ exercée par le ressort.

(b) Déterminer les expressions précédentes dans la limite $k \to \infty$.

(c) Déterminer l'expression de la quantité de mouvement après le choc $\boldsymbol{p}'$ en fonction de la quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$ avant le choc.

(d) Etablir l'expression de la 2^e loi de Newton, en calculant explicitement l'intégrale suivante durant le choc,

$$\int_0^{\Delta t} \boldsymbol{F}_e\left(t\right) dt\,,$$

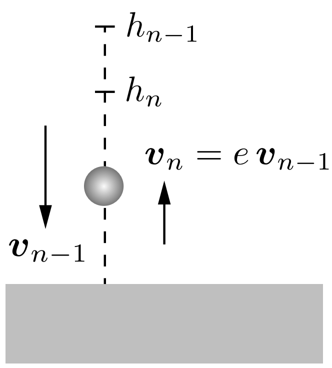
où $\boldsymbol{F}_e\left(t\right)$ correspond, dans ce modèle, à la force élastique exercée par le ressort.

3 Rebonds multiples

Objectif : Modéliser un choc inélastique contre un objet de masse infinie.

Théorie : 8.2.3 Choc mou.

On lâche sans vitesse initiale une balle d'une hauteur H_0 sur un sol plan. Le coefficient de restitution des chocs avec le sol est $e < 1$.



(a) A quelle hauteur la balle remonte-t-elle au n^e rebond ?

(b) Quel est le nombre (théorique) total de rebonds ? Quelle est leur durée totale ? Quel est le paradoxe philosophique ainsi évoqué ?

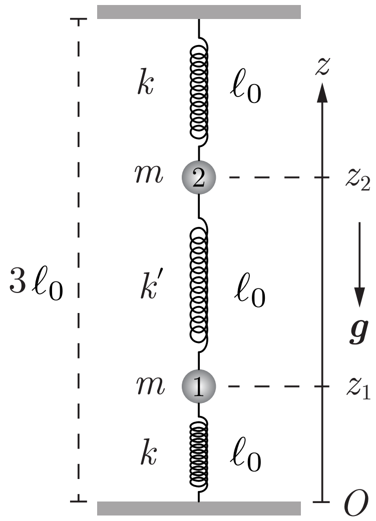
4 Oscillateurs verticaux couplés

Objectif : Modéliser la dynamique et étudier l'équilibre d'un problème à deux corps.

Théorie : 8.3 Problème à deux corps.

★ **Examen** : Problème d'examen.

Un oscillateur harmonique constitué d'un point matériel 2 de masse m est suspendu à l'extrémité d'un premier ressort de constante élastique k et de longueur à vide ℓ_0 qui est attaché à un point fixe d'un plafond. Un oscillateur harmonique constitué d'un point matériel 1 de masse m est suspendu à l'extrémité d'un deuxième ressort de constante élastique k' et de longueur à vide ℓ_0. Finalement, un troisième ressort de constante élastique k et de longueur à vide ℓ_0 est fixé à l'origine O au plancher. Les oscillateurs sont astreints à se déplacer selon l'axe vertical. Il n'y a aucune force de frottement à considérer dans ce problème.



(a) Déterminer les forces extérieures exercées sur les deux points matériels.

(b) Déterminer les équations horaires couplées des deux points matériels.

(c) En déduire les équations du mouvement harmonique oscillatoire du centre de masse Z_G et la longueur du ressort central z. Identifier les pulsations ω_G et ω_x de ces deux mouvements.

(d) Déterminer les positions d'équilibres $z_{1,0}$ et $z_{2,0}$ des deux points matériels. En déduire la position d'équilibre du centre de masse $Z_{G,0}$ et la longueur d'équilibre du ressort central z_0.